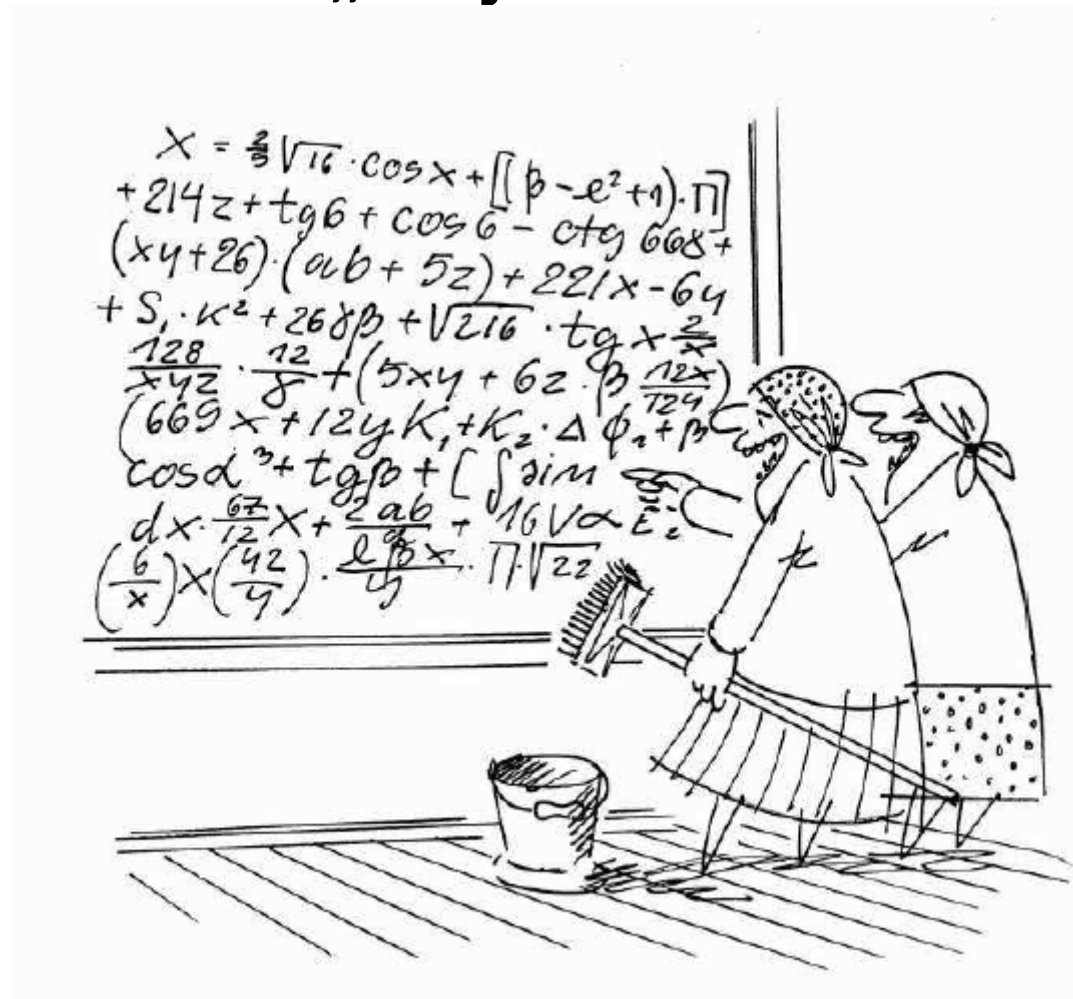


Matematická vsuvka I. „trojčlenka“



Trojčlenka – přímá úměra

Pokud platí, že „čím více... tím více“, jedná se o přímou úměru.

- Čím více kopáčů bude kopat, tím více toho vykopají.
- Čím déle necháme čerpadlo čerpat, tím více vody vyčerpáme.
- Čím více budeme sypat soli do vody, tím koncentrovanější bude roztok.

Trojčlenka – nepřímá úměra

Pokud platí, že „čím více ... tím méně“, jedná se o nepřímou úměru.

- Čím více stránek knihy přečteme, tím méně nám jich zbývá do konce.
- Čím rychlejší máme internet, tím dříve stáhneme film.
- Čím více budeme v noci mlátit do bubnu, tím méně budeme mít spokojených sousedů.

Trojčlenka – přímá úměra

Příklad: Auto spotřebuje 6 litrů benzínu na 100 kilometrů. Kolik litrů benzínu spotřebuje po ujetí 250 kilometrech?

Postup: Jako první si zapíšeme co známe. Využijeme k tomu následující tabulku, která nám přehledně, co známe a co chceme vypočítat:

100 km	6 litru
250 km.....	x litru

V prvním řádku máme zapsané údaje, které zcela známe. Ve druhém řádku máme na pravé straně údaj, který neznáme a na levé straně údaj, pro který chceme neznámou vypočítat. Ve sloupcích musí vždy být stejné údaje, v tomto případě ve sloupci musí být buď vždy kilometry nebo vždy litry.

Existuje pomůcka, která vám pomůže tento příklad vypočítat. Jako první nakreslete napravo šipku zdola nahoru, takto:

100 km.....	6 litru
250 km.....	x litru ↑

Pokud se jedná o přímou úměru, pak nalevo nakreslíme stejnou šipku, zdola nahoru:

↑	↑
---------	---

V dalším kroku sestavíme zlomky ze sloupců ve směru šipek. Čítec tak odpovídá číslu, kde šipka začíná a jmenovatel číslu, kde šipka končí. Tyto zlomky dáme do rovnosti. Z prvního sloupce (kilometry) tak získáme zlomek $\frac{250}{100}$ a z druhého (litry) zlomek $\frac{x}{6}$. Zapsáno do rovnice:

$$\frac{250}{100} = \frac{x}{6}$$

Trojčlenka – nepřímá úměra

Příklad: Na svém počítači máte internet o rychlosti 2 MB za sekundu a záznam koncertu Dády Patrasové jste si stáhli za 450 sekund. Za jak dlouho byste stáhli stejný koncert, pokud byste měli internet o rychlosti 6 MB za sekundu?

Postup bude stejný jako u přímé úměry – zapíšeme si údaje do přehledné tabulky:

2 MB/s	450 sekund
6 MB/s.....	x sekund

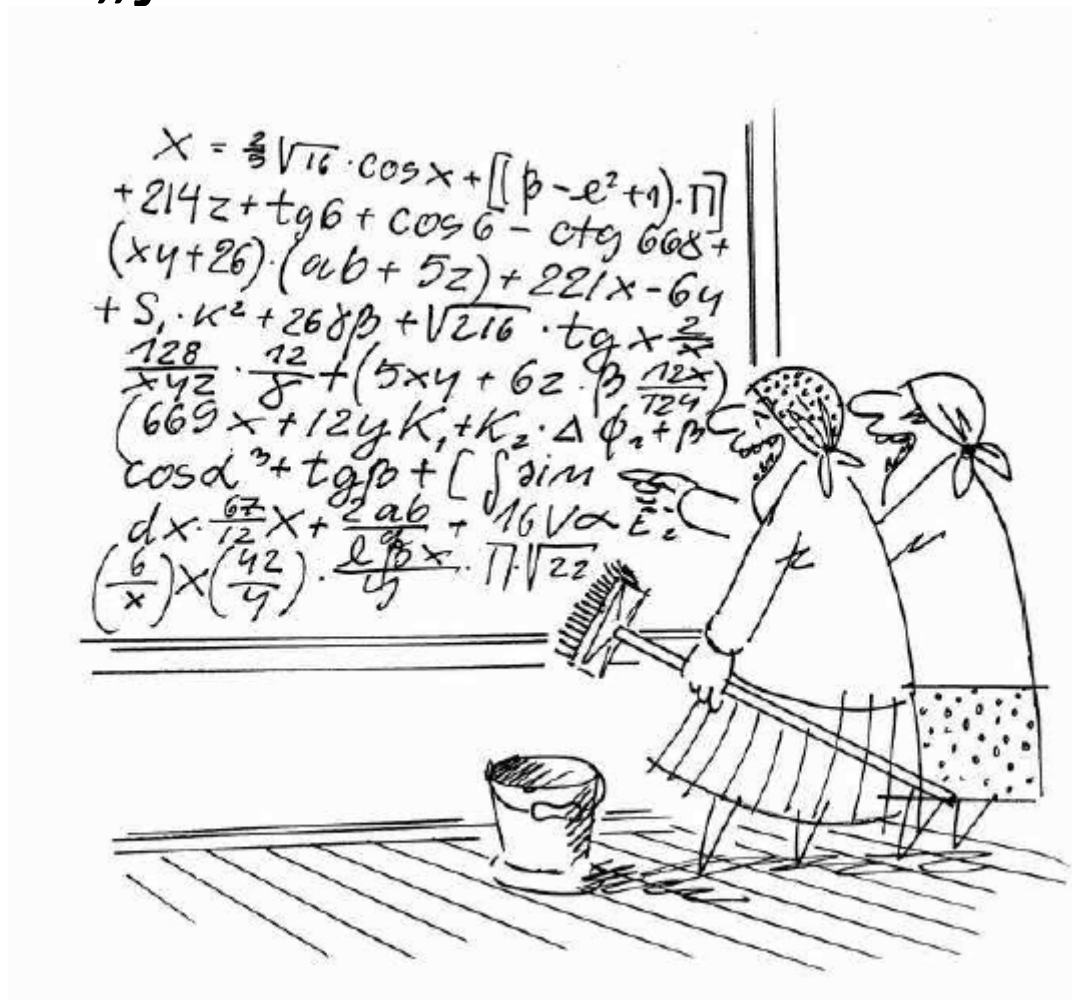
Nyní šipky. Pravá šipka bude opět zdola nahoru, tady se nic nemění. Ale protože se jedná o nepřímou úměru, půjde levá šipka opačným směrem, shora dolů.

2 MB/s	450 sekund
↓ 6 MB/s.....	x sekund ↑

Další postup už je stejný – vytvoříme z této tabulky zlomky, opět po směru šipek. Dostaneme tak zlomky 26 a x450, které dáme do rovnosti:

$$2/6=x/450$$

Matematická vsuvka II. „jednoduchá statistika“



Průměr, medián a modus

- Průměrem se rozumí klasický aritmetický průměr souboru sledovaných hodnot.
- Medián vyjadřuje prostřední hodnotu souboru dat, srovnaných od nejmenšího do největšího.
- Modus je nejčastěji se vyskytující hodnota ve zkoumaném souboru dat.

Jméno	známka		
Arnošt	1	průměr	1,92307692
Bedřich	3	modus	1
Cyril	1	medián	2
David	2		
Dita	1		
Dittmar	3		
Eliška	2		
Franta	1		
Jirka G.	1		
Jirka H.	2		
Karel	3		
Varel	1		
Žaba	4		

Rozptyl a směrodatná odchylka

- Popisují variabilitu (homogenitu) základního datového souboru.

- Rozptyl:

$$s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

- Směrodatná odchylka:
(odmocnina z rozptylu)

$$s_x = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \sqrt{s_x^2}$$

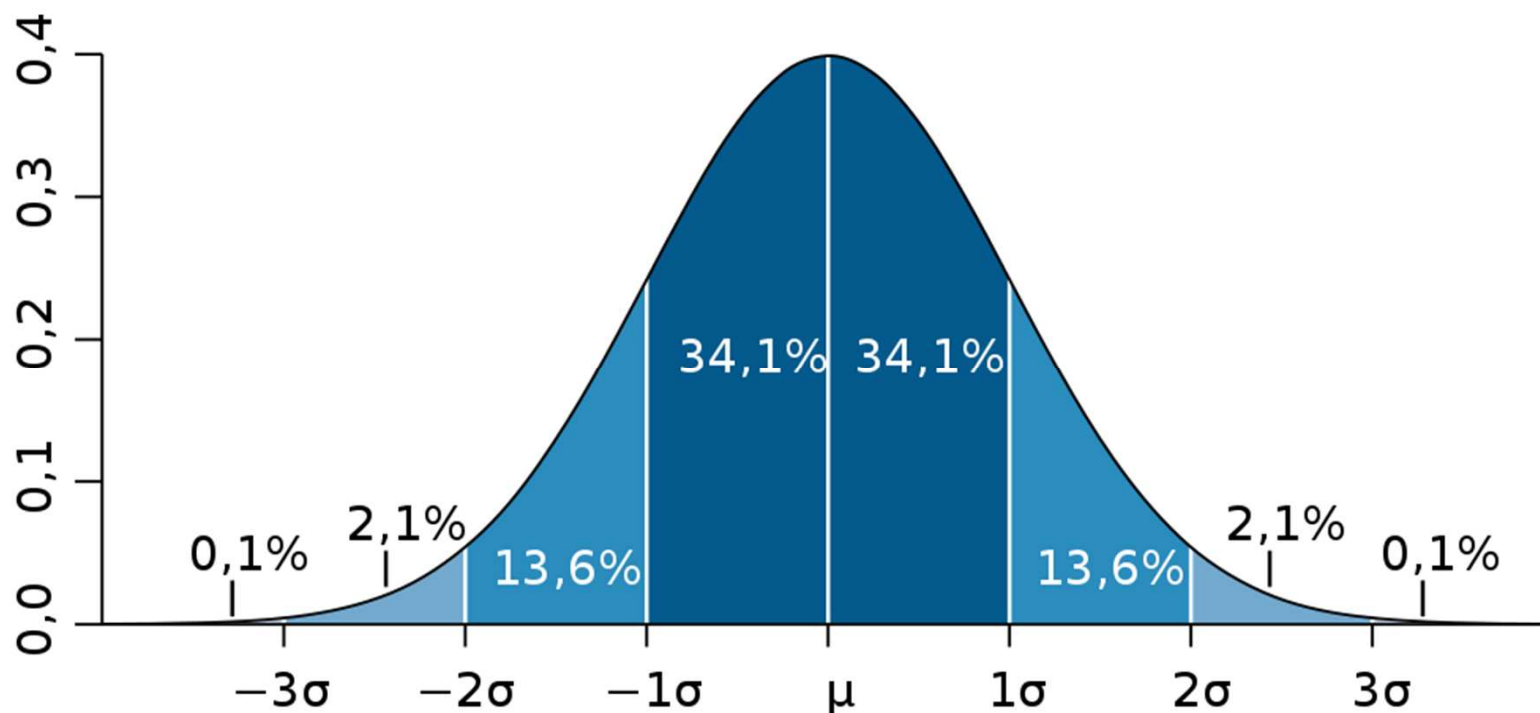
Jméno	Repetitorium	Fyzika		Repetitorium	Fyzika
Adlabert	1	4	rozptyl	0,674556213	1,786982
Bohouš	1	1	sm. odch.	0,821313712	1,336781
Cecílie	1	4			
Emerich	1	2			
Dita	1	3			
Jirka G.	1	1			
Eliška	1	4			
Kvído	1	1			
Ruprecht	1	4			
Šimon	1	1			
Valentýn	1	3			
Varel	2	1			
Žaba	4	4			

Průměrná známka z repetitoria: $1,92 \pm 0,82$

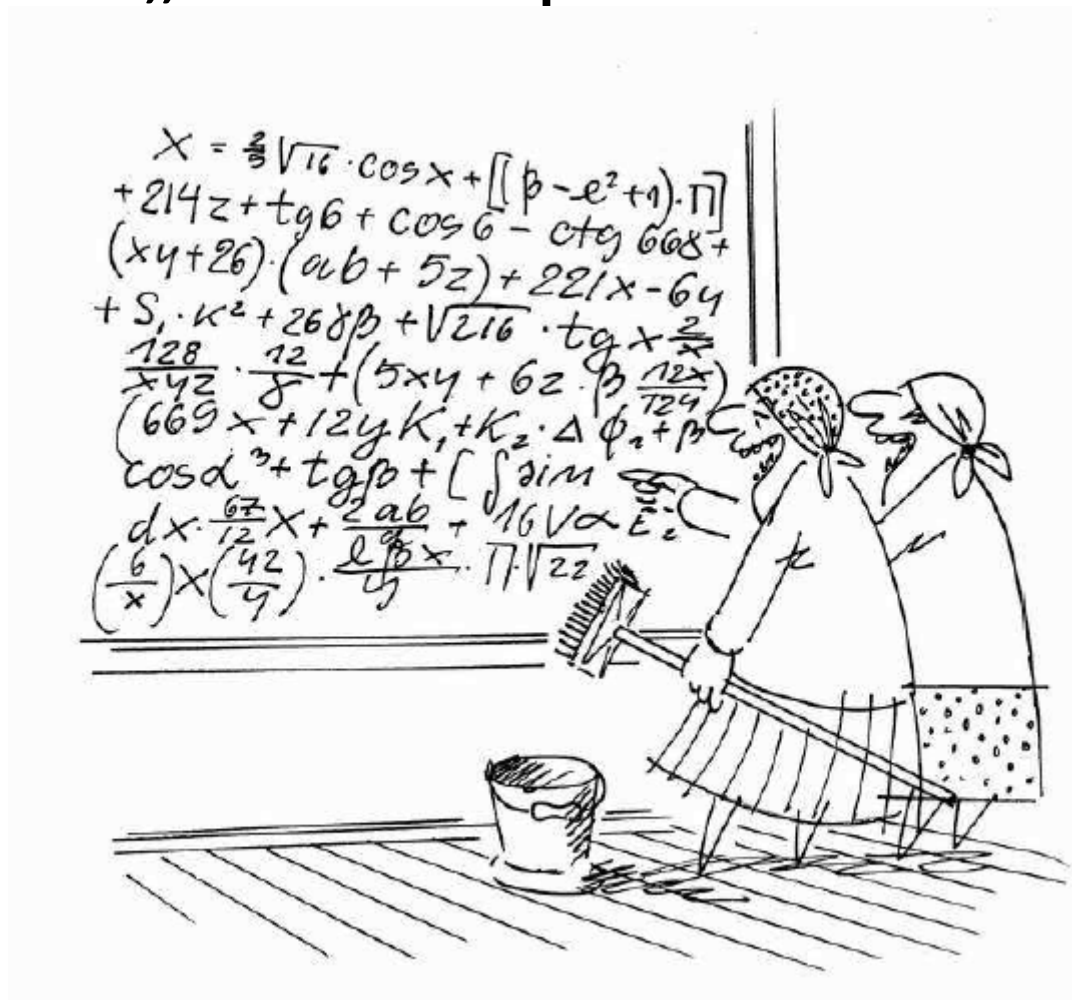
Průměrná známka z fyziky: $2,54 \pm 1,34$

U normálního rozložení hraje velkou roli směrodatná odchylka. Pokud máme rozložení, které je normální a má odchylku σ , pak musí platit, že 68 % hodnot se nachází v intervalu $\langle \mu - \sigma, \mu + \sigma \rangle$. Tedy 68 % hodnot se liší od průměru maximálně o jednu směrodatnou odchylku. Přibližně 95 % hodnot pak musí ležet v intervalu $\langle \mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma \rangle$ a 99,7 % hodnot v intervalu $\langle \mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma \rangle$.

Přehledně to znázorňuje následující obrázek:



Matematická vsuvka III. „funkce – první část“

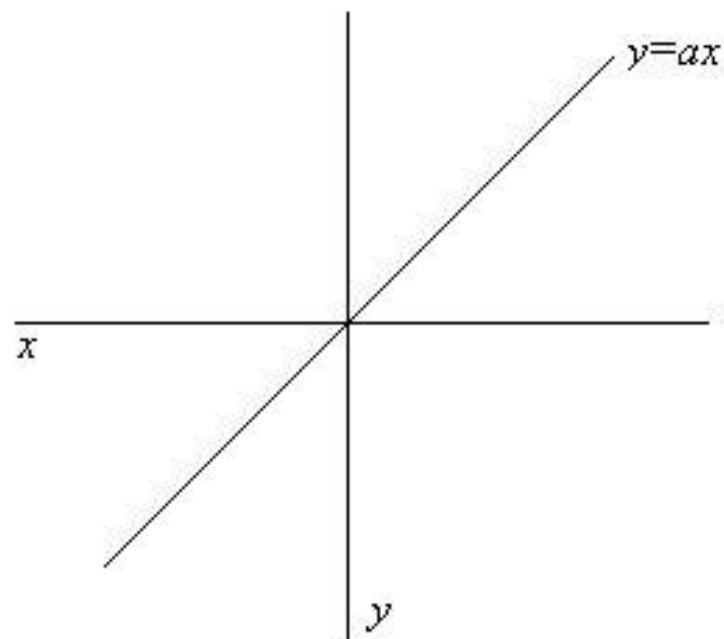
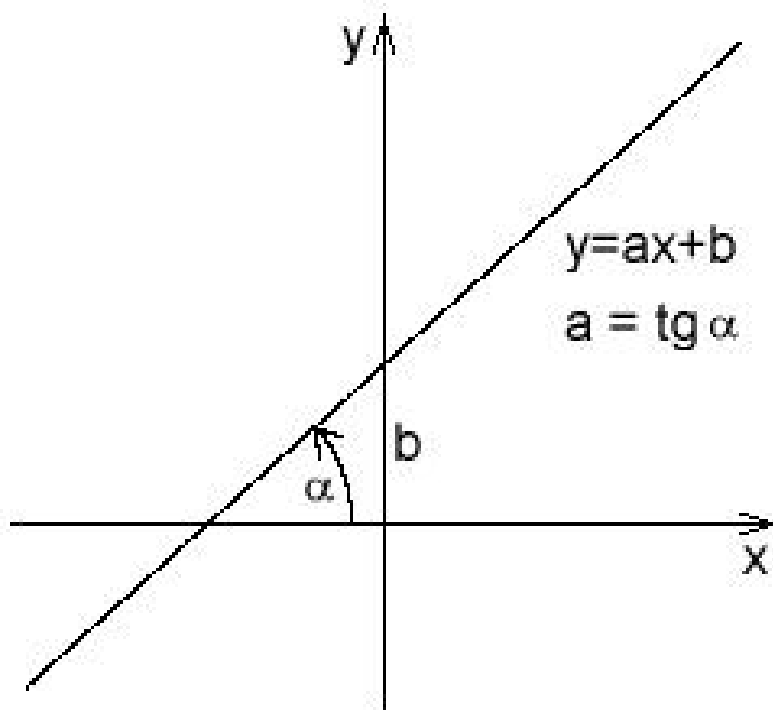


Funkce jedné proměnné

- Funkce je předpis, který každému číslu x z definičního oboru M přiřadí právě jedno y z oboru hodnot N .
- Funkci obvykle zapisujeme ve tvaru $y = f(x)$
- Funkci lze znázornit graficky v x - y , popřípadě v x - y - z souřadnicích

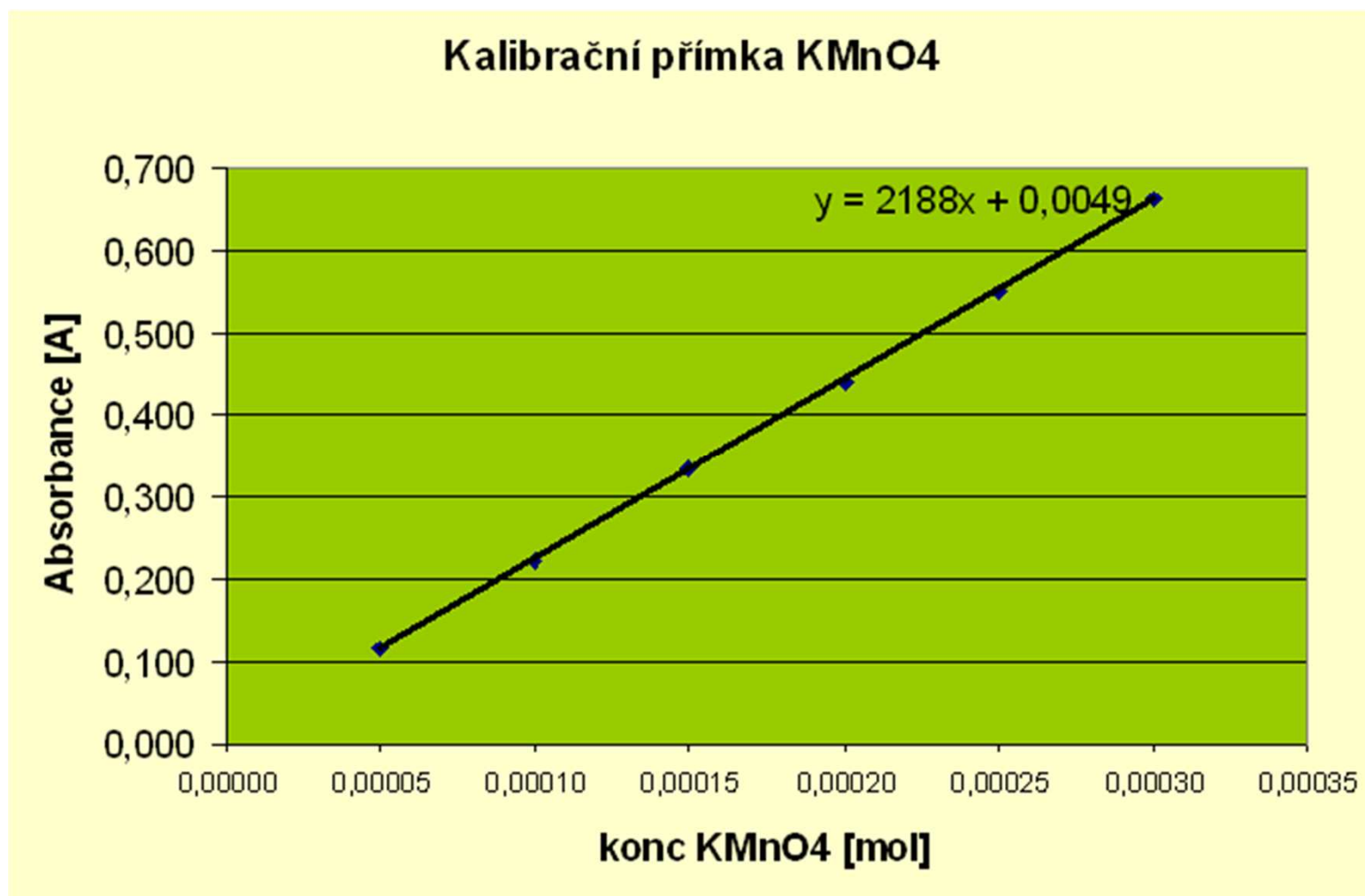
Lineární funkce

- Lineární funkce je každá funkce, která je dána předpisem $y = ax + b$, kde a a b jsou reálná čísla.



Příklad: Lambert-Beerův zákon

$A = \epsilon \cdot c \cdot l$ Absorbance jako funkce koncentrace

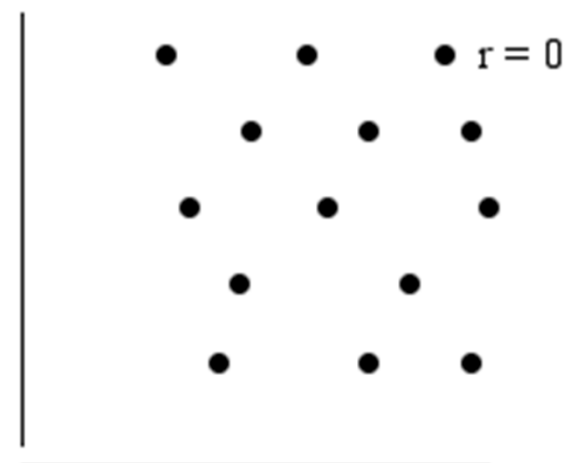
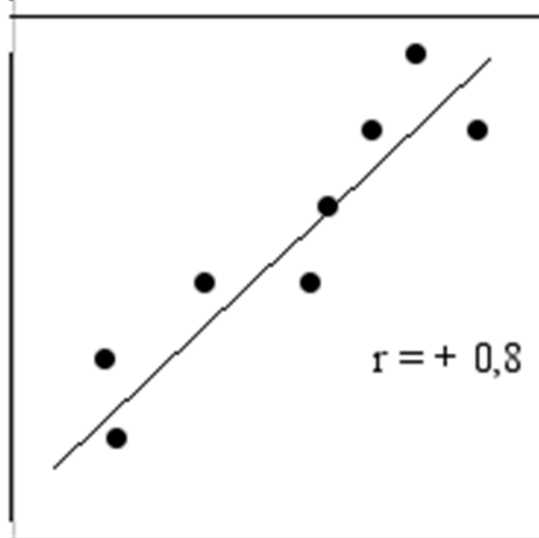
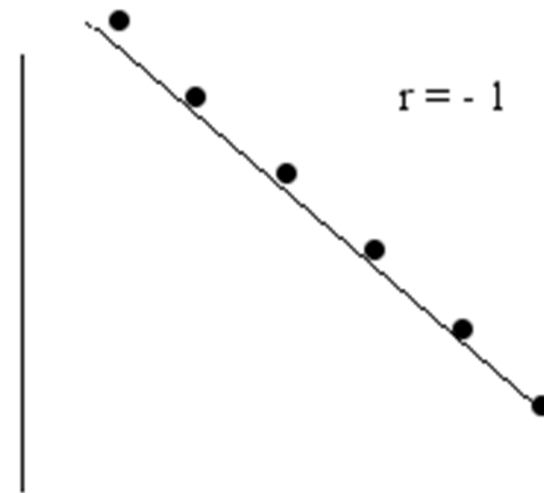
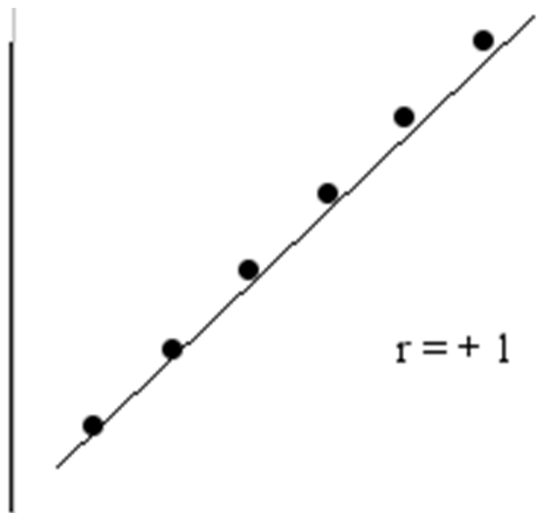


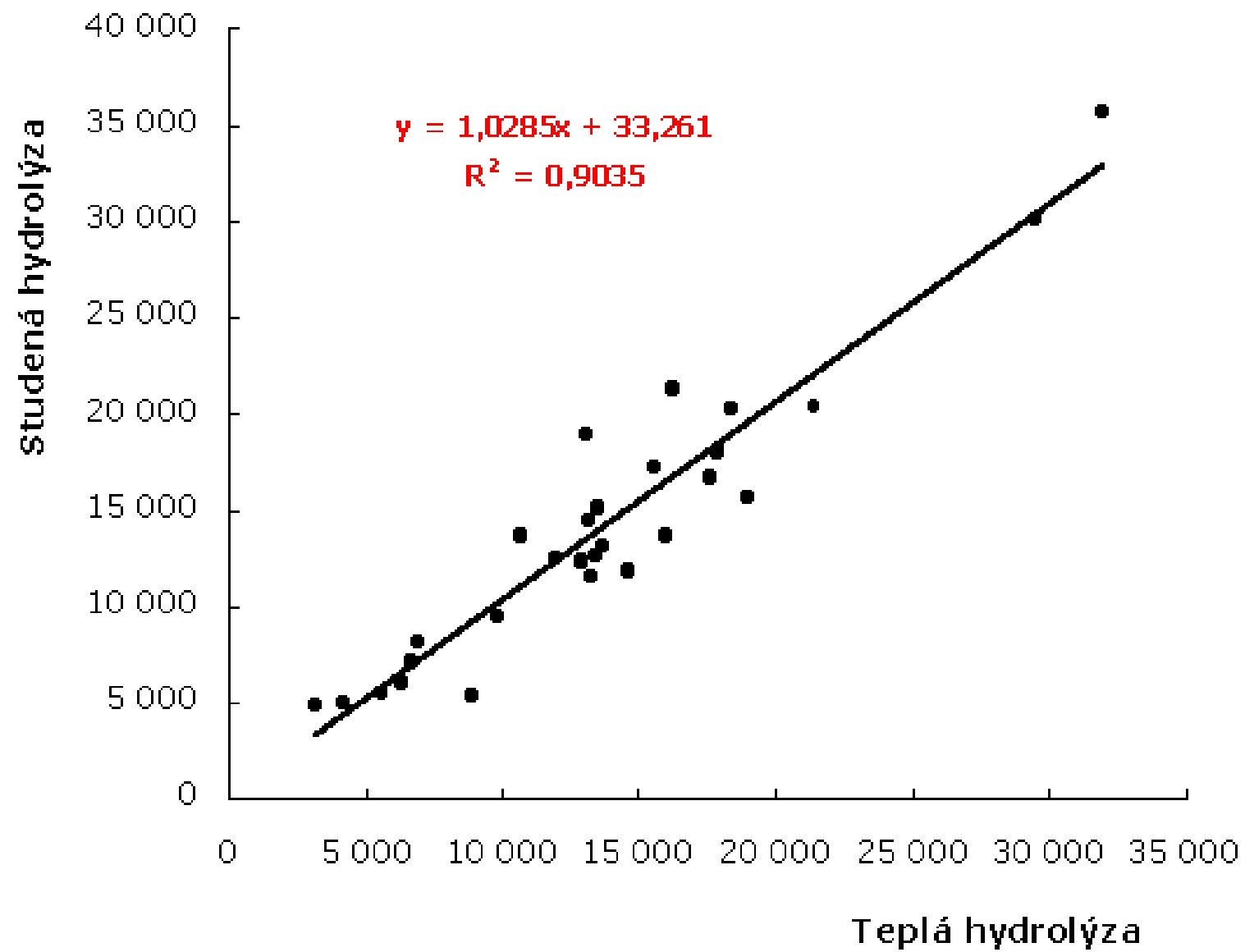
Lineární funkce

- Korelační koeficient dvojice dat: -1,000 ... 1,000

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$$

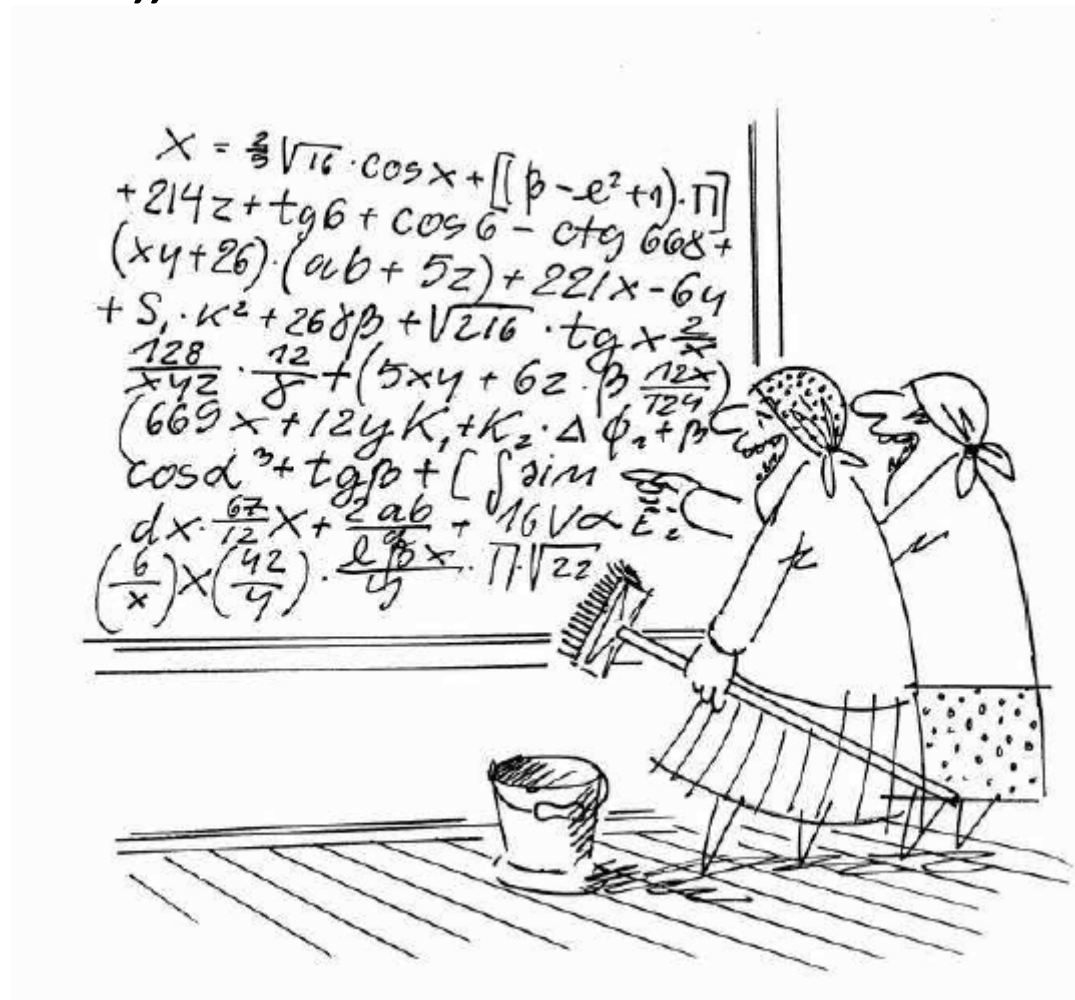
Lineární funkce





Matematická vsuvka IV.

„funkce – druhá část“



Funkce jedné proměnné

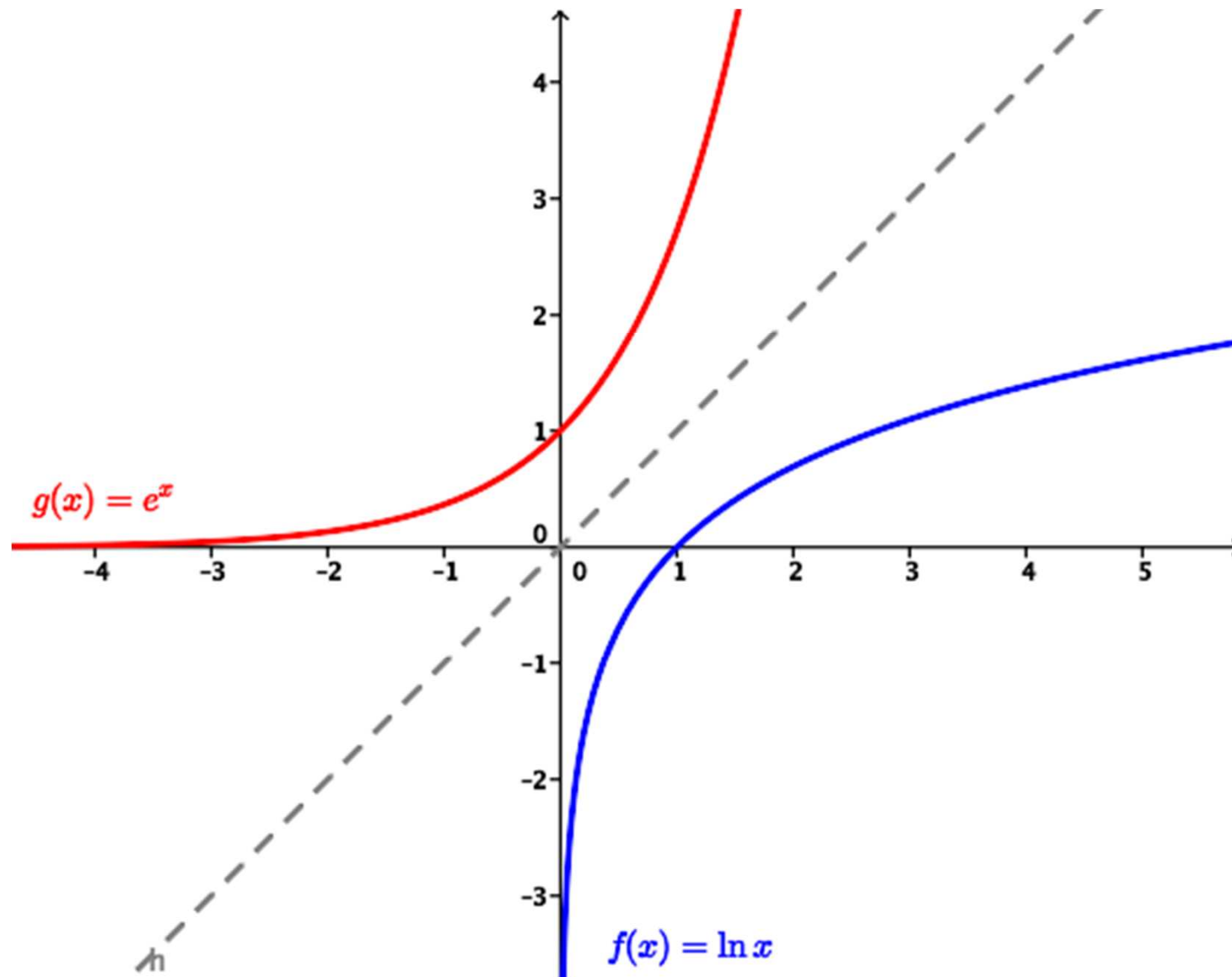
- Funkce je předpis, který každému číslu x z definičního oboru M přiřadí právě jedno y z oboru hodnot N .
- Funkci obvykle zapisujeme ve tvaru $y = f(x)$
- Funkci lze znázornit graficky v x - y , popřípadě v x - y - z souřadnicích

Logaritmy

- Logaritmus je exponent (y), na který musíme umocnit základ (a), abychom získali argument (x).
- Logaritmickou funkci zapisujeme slovem log (základ 10, Henry Briggs), pokud se jedná o přirozený logaritmus, tak jej značíme ln (základ e , John Napier).

$$y = \log_a x \iff a^y = x$$

Logaritmus a exponenciála



Použití v chemii

- Dekadické logaritmy – např. výpočet pH

$$\text{pH} = -\log c [\text{H}^+]$$

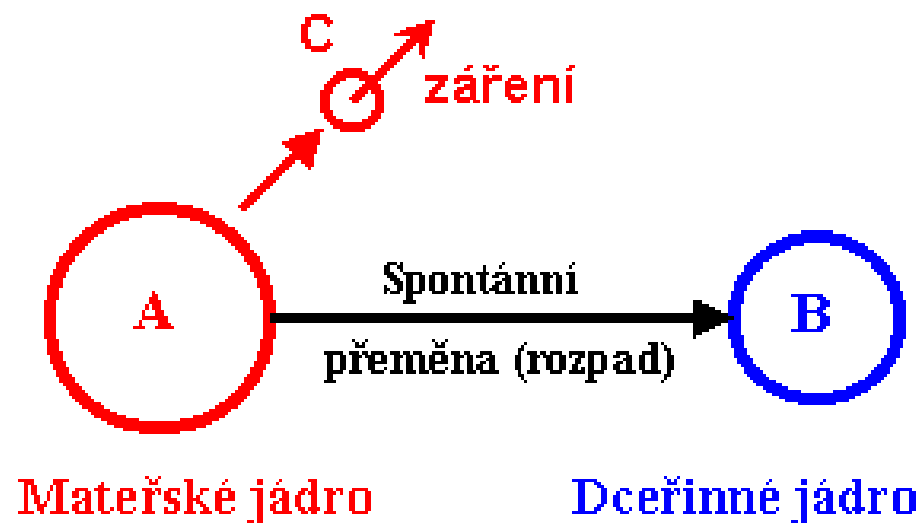
(kde $c [\text{H}^+]$ je koncentrace vodíkových iontů)

- Přirozené logaritmy – např. výpočet radioaktivity

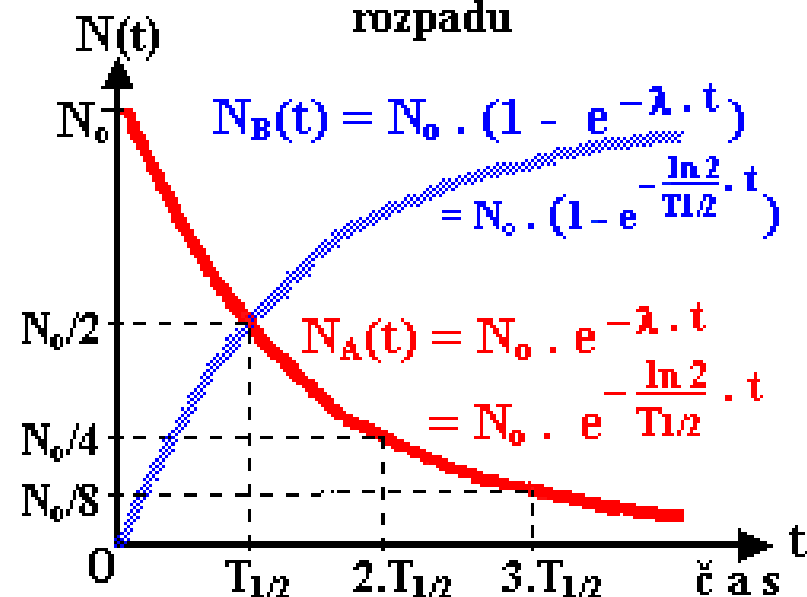
$$N = N_0 e^{-\lambda t} = N_0 2^{-\frac{t}{T}}$$

(kde T je poločas rozpadu)

Radioaktivita



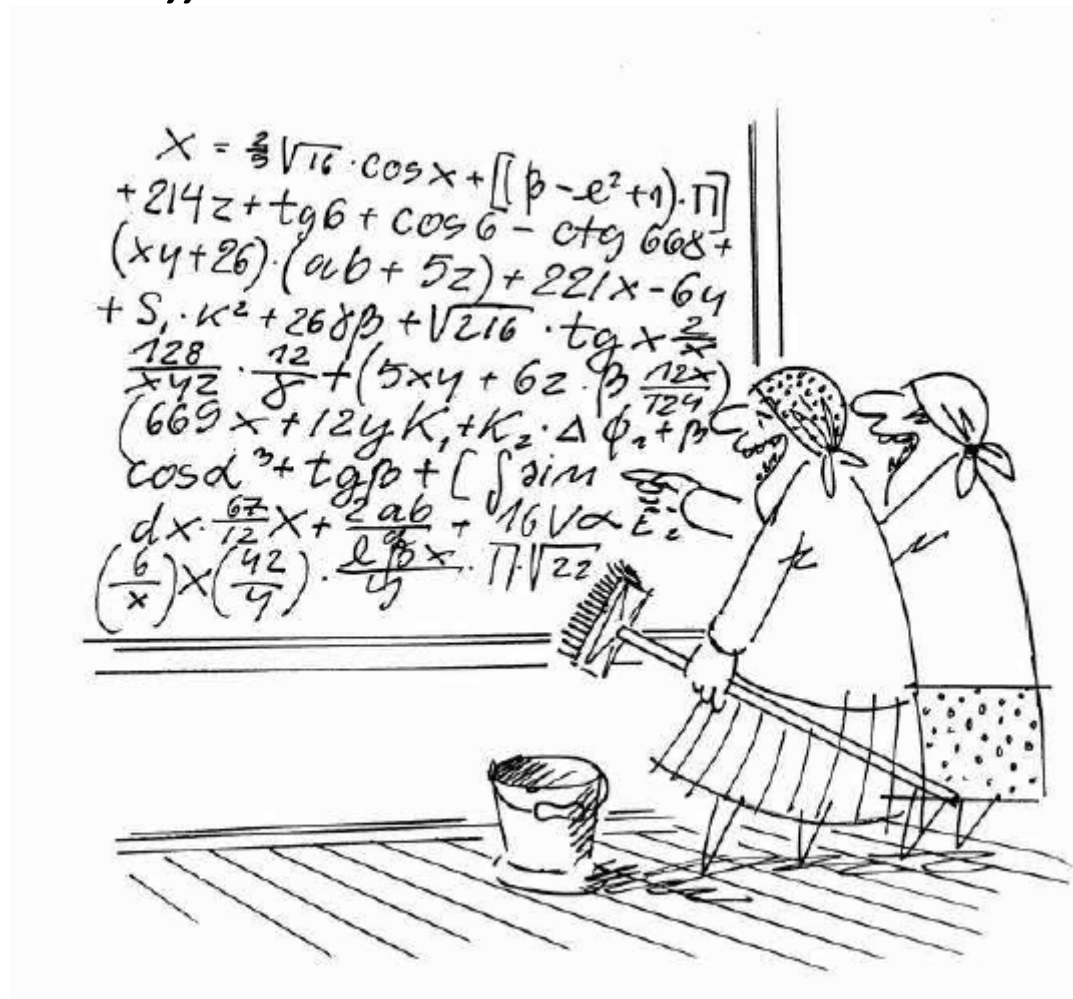
Exponenciální zákon radioaktivního rozpadu



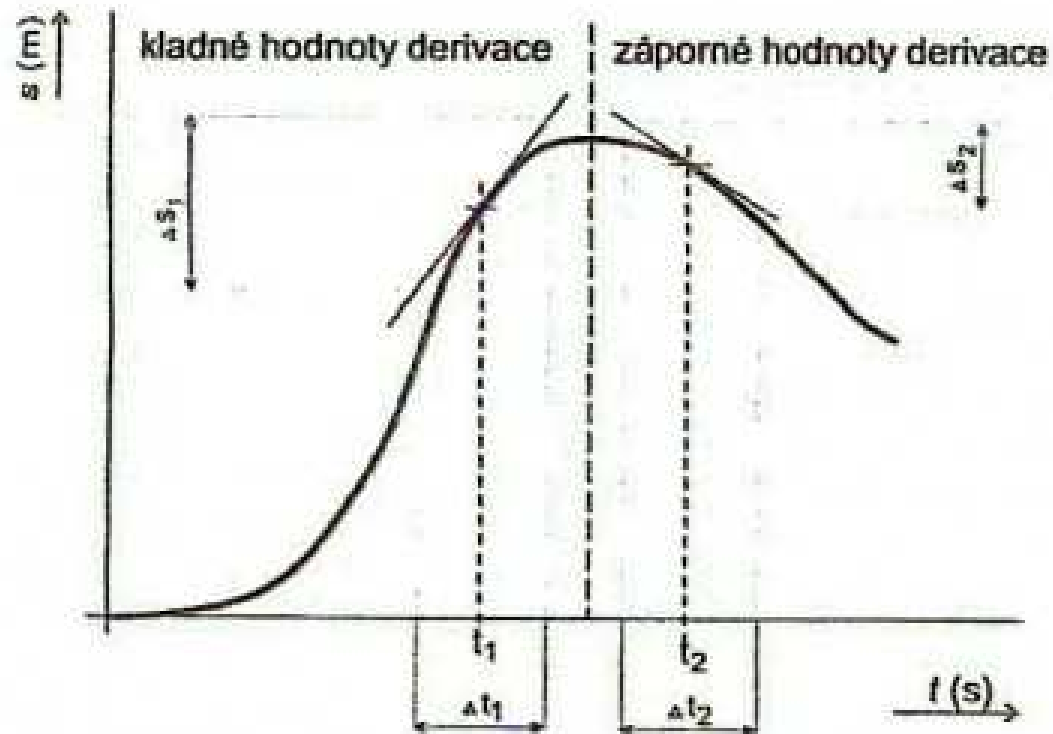
$$\ln \frac{N}{N_0} = -\frac{\ln 2}{T} \cdot t$$

Matematická vsuvka V.

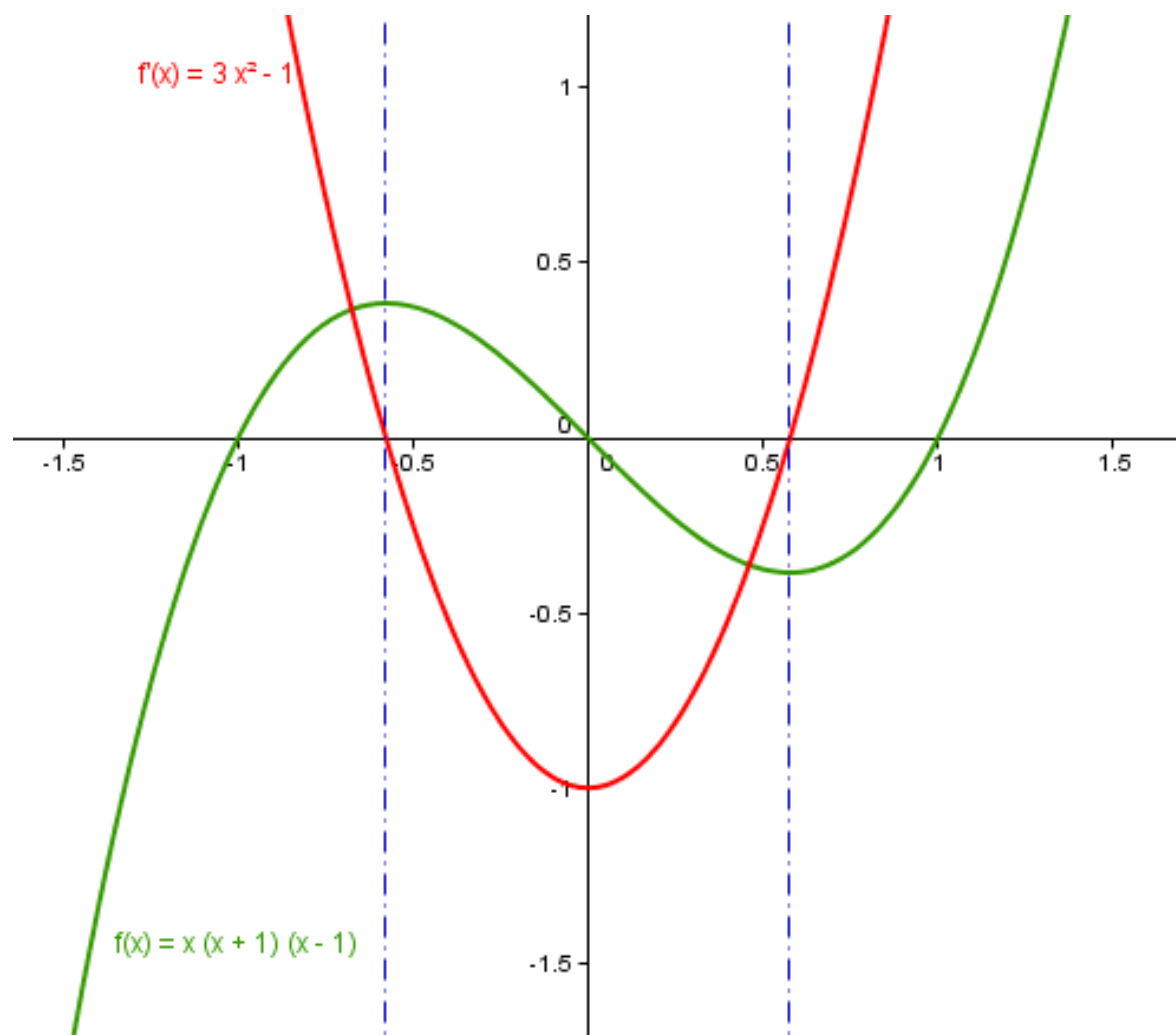
„funkce – třetí část“



Derivace a integrály

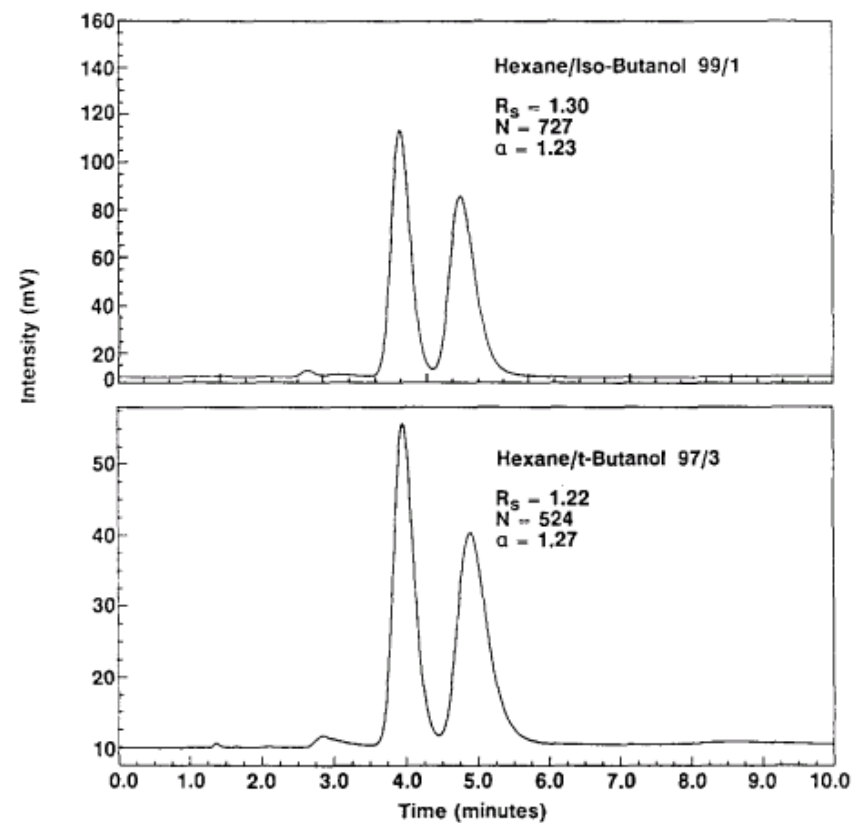
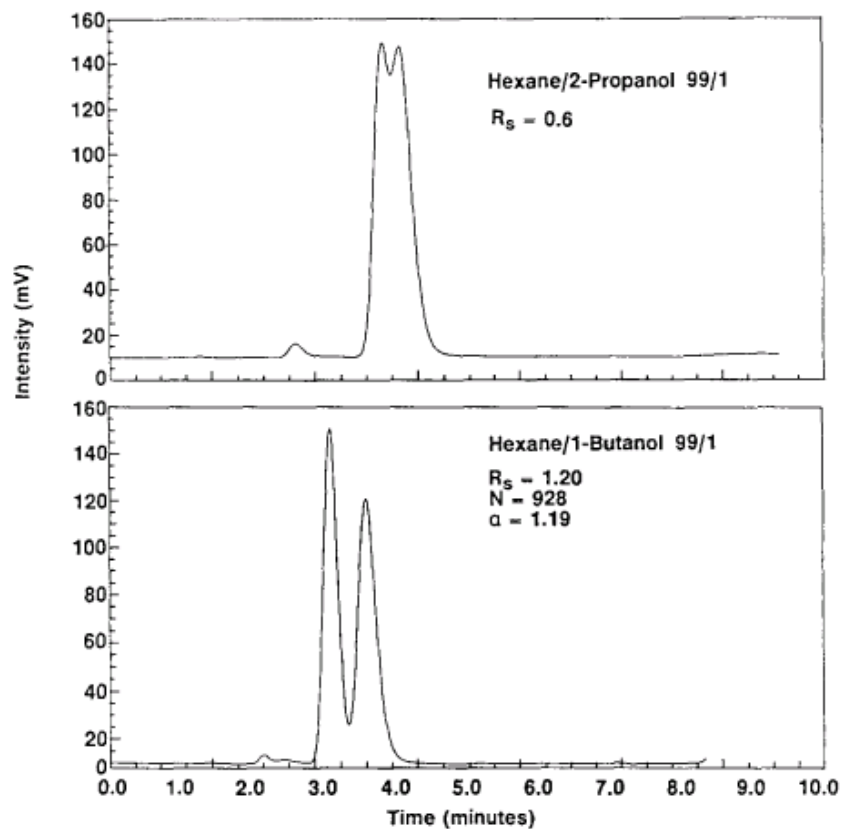


Určení lokálního maxima – první derivace je zde nulová (tečna je rovnoběžná s osou x)



Zeleně: funkce, červeně: její první derivace

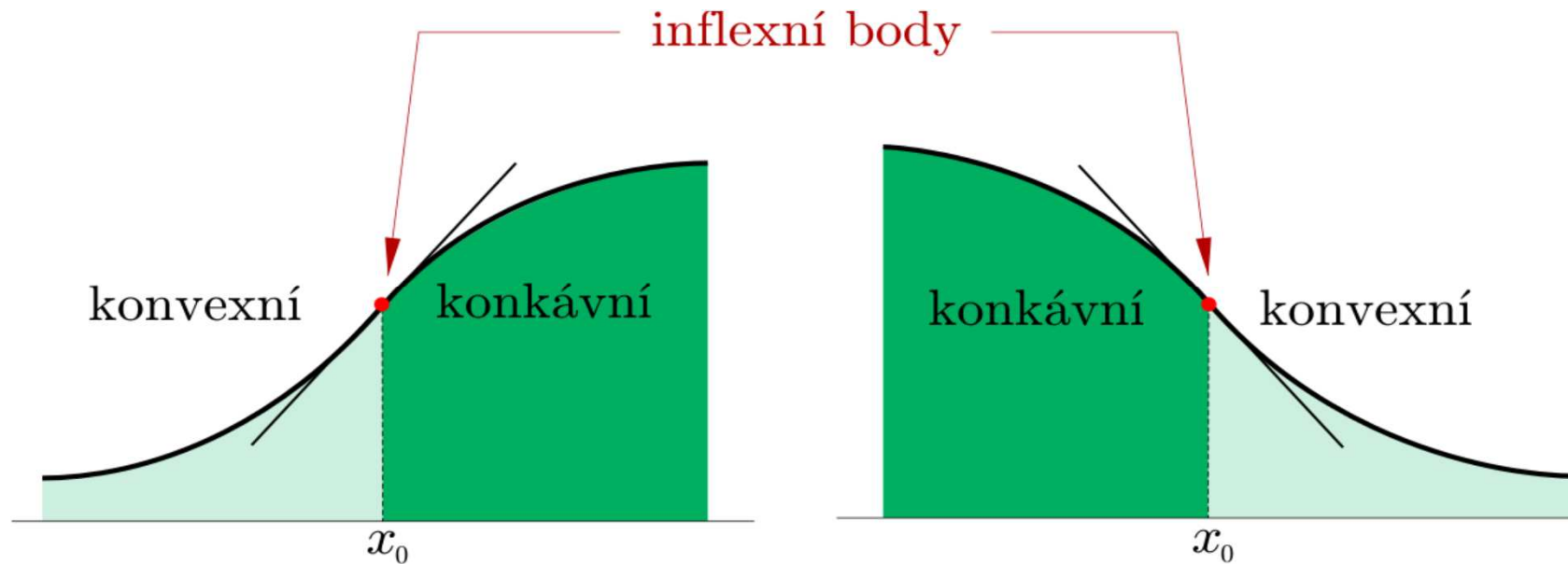
Derivace a integrály



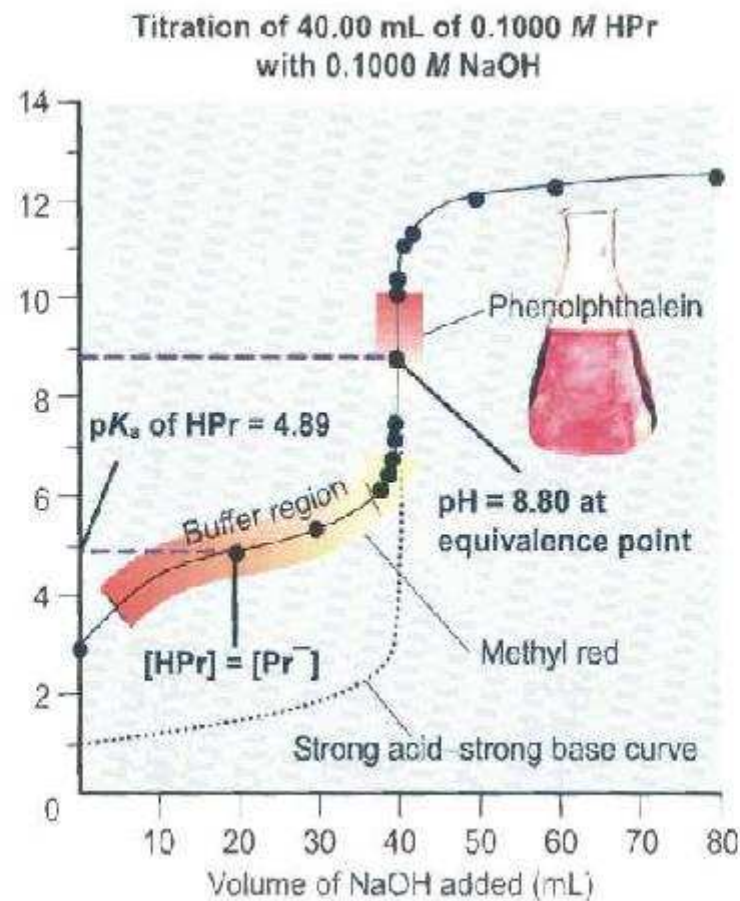
Využití např. při počítačových analýzách chromatografických záznamů

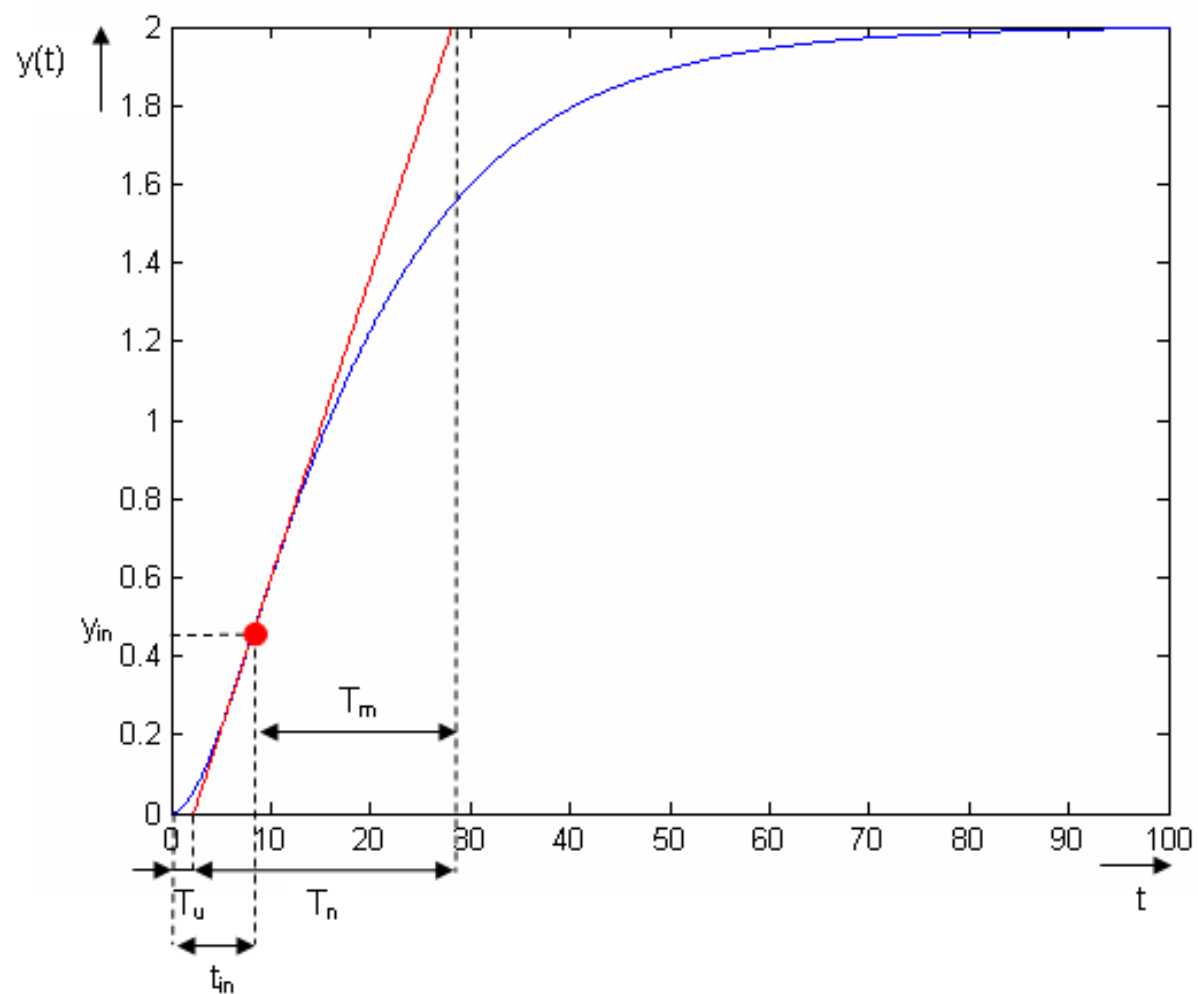
Derivace a integrály:

1. Definice Přečází-li graf spojité funkce $f(x)$ v bode $B = [x_0, f(x_0)]$ z jedné strany tečny na druhou, říkáme, že $f(x)$ má v bode B (tj. pro x_0) inflexní bod.



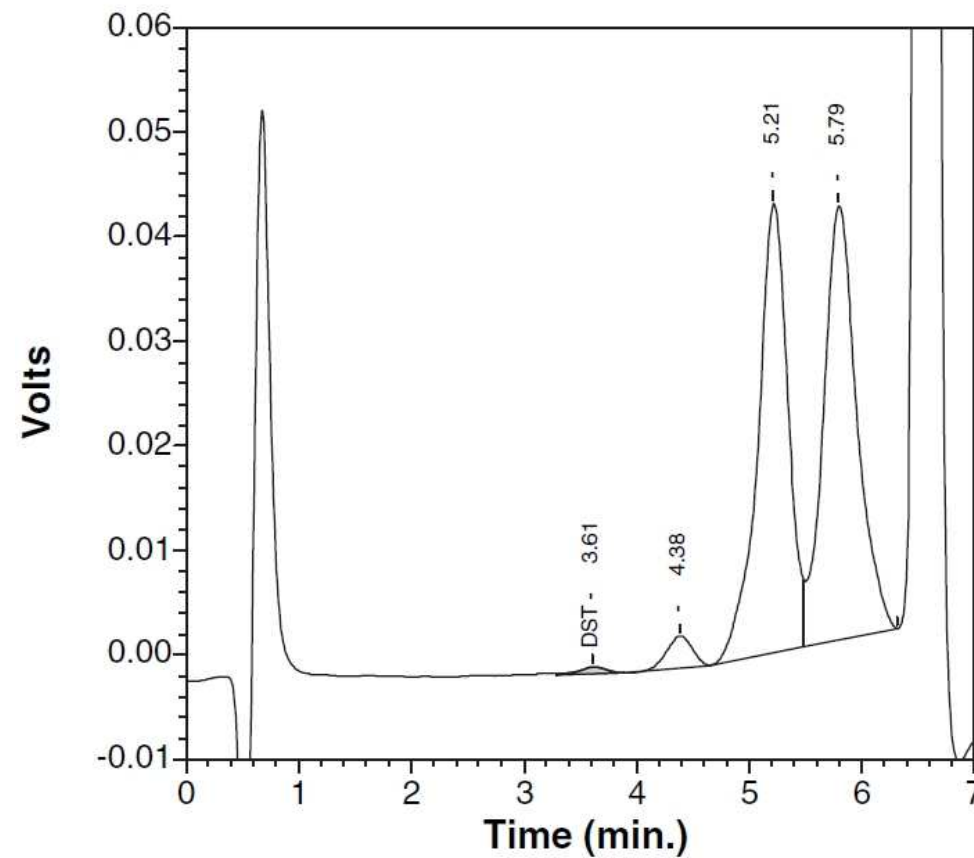
Derivace a integrály





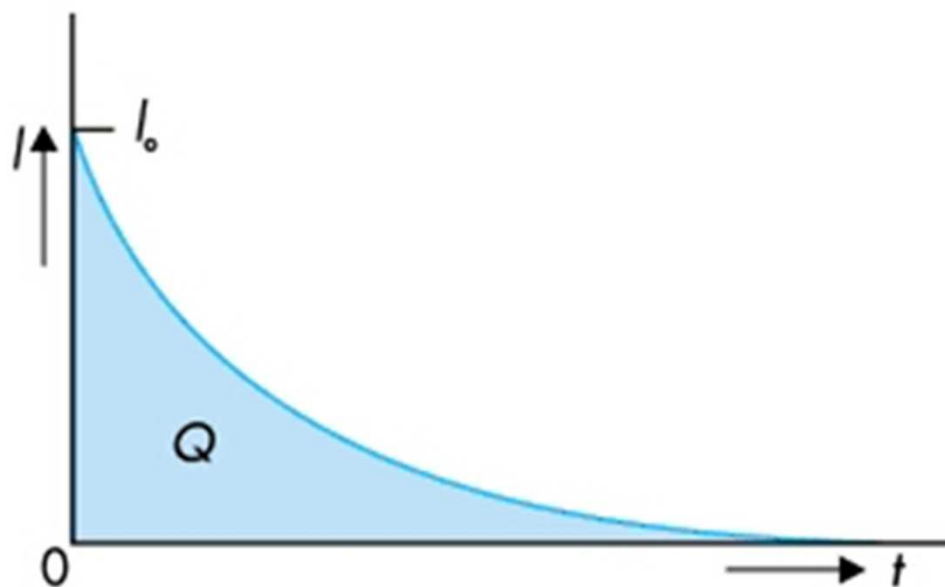
Inflexní bod: hodnota 1. derivace je zde maximální

Derivace a integrály



Určení plochy pod křivkou („plocha píku“ je úměrná koncentraci látky)

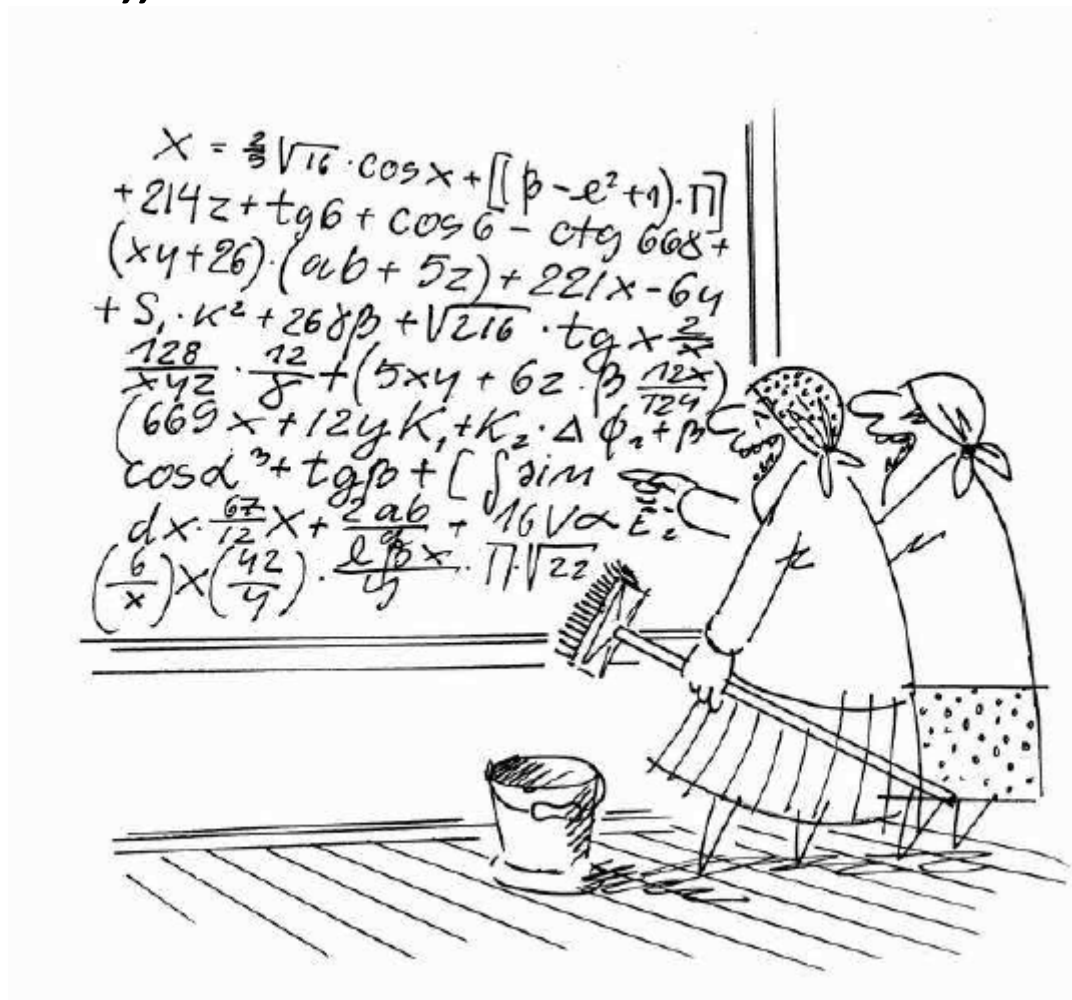
Derivace a integrály



Určení plochy pod křivkou (coulometrie: počet vyměněných elektronů při chemické reakci)

Matematická vsuvka III.

„funkce – čtvrtá část“



Vyšší dívčí: operátory

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{k}$$

$$\nabla = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix}$$

„nabla“ – první derivace funkce podle souřadnic

$$\Delta = \nabla^2$$

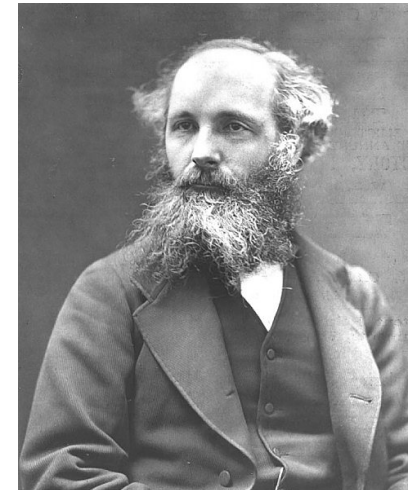
„nabla na druhou je lapla“

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

„lapla“ – druhá derivace funkce podle souřadnic

Vektorové operátory: divergence (tryskání) a rotace (otáčení)

$$\begin{aligned}\operatorname{div} \mathbf{D} &= \rho, & \operatorname{rot} \mathbf{H} &= \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \\ \operatorname{rot} \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, & \operatorname{div} \mathbf{B} &= 0.\end{aligned}$$



Maxwellovy rovnice popisující vlastnosti elektromagnetického pole



Matematické universum a zároveň krásno:

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

Eulerova rovnice

Leonhard Euler; 1748, **Introductio in analysin infinitorum**

(Úvod do analýzy nekonečna)

$$e = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} = \frac{1}{0!} + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + \cdots = 2,7182818284....$$

$$e^x = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{x^j}{j!},$$