

$$X = \frac{1}{6} \sqrt{12} \cos x + \left[\frac{1}{6} (e^2 + 1) \right] \\
+ 2(4z + tg6 + \cos 6 - \sin 666 + \\
(x+y+28)(ab+5z) + 22(x-6y \\
+ 5 \cdot u^2 + 26 \frac{p}{q} + \sqrt{216} \cdot tg \cdot \frac{x}{z} \\
\frac{28z}{x} - \frac{z}{2} + (5xy + 6z \cdot \frac{12x}{y}) \\
(669x + 124y) K_2 + 2 \cdot \frac{12x}{y} \\
\cos d + tg \frac{p}{q} + \frac{1}{2} \sin \\
dx - \frac{52x}{y} + \frac{266}{z} = \frac{1}{6} \sqrt{12} \cdot 6 \\
\frac{6}{x} \cdot \frac{12}{y} \cdot \frac{26}{z} \cdot \frac{1}{6} \sqrt{12}$$

- Čím více kopáčů bude kopat, tím více toho vykopají.
- Čím déle necháme čerpadlo čerpat, tím více vody vyčerpáme.
- Čím více budeme sypat soli do vody, tím koncentrovanější bude roztok.

- Čím více stránek knihy přečteme, tím méně nám jich zbývá do konce.
- Čím rychlejší máme internet, tím dříve stáhneme film.
- Čím více budeme v noci mlátit do bubnu, tím méně budeme mít spokojených sousedů.

Příklad: Auto spotřebovuje 6 litrů benzínu na 100 kilometrů. Kolik litrů benzínu spotřebovuje po ujíždě 250 kilometrů?

Postup: Jako první si zapíšeme co víme. Využijeme k tomu následující tabulku, která nám zpřehlední, co známe a co chceme vypočítat:

100 km	6 litrů
250 km	x litrů

V prvním řádku máme zapsané údaje, které zcela známe. Ve druhém řádku máme na pravé straně údaje, které neznáme a na levé straně údaje, pro které chceme neznámou vypočítat. Ve sloupcích musí vždy být stejné údaje, v tomto případě ve sloupci musí být buď vždy kilometry nebo vždy litry.

Existuje pomůcka, která vám pomůže tento příklad vypočítat. Jako první nakreslete napravo šipku zdola nahoru, takto:

100 km	6 litrů
250 km	x litrů ↑

Pokud se jedná o přímou úměru, pak nalevo nakreslíme stejnou šipku, zdola nahoru:

↑	↑
↑	↑

V dalším kroku sestavíme zlomek ze sloupců ve směru šipky. Číselat tak odpovídá číslu, která začíná a jmenovateli šipky, kde šipka končí. Totýž zlomek dáme do rovnosti. Z prvního sloupce (kilometry) tak získáme zlomek 250/100 a z druhého (litry) zlomek x/6. Zapsáno do rovnice:

$$250/100 = x/6$$

Příklad: Na svém počítači máte internet o rychlosti 2 MB za sekundu a záznam koncertu Dády Patrasové jste si stáhli za 450 sekund. Za jak dlouho byste stáhli stejný koncert, pokud byste měli internet o rychlosti 6 MB za sekundu?

Postup bude stejný jako u přímé úměry – zapíšeme si údaje do přehledné tabulky:

2 MB/s		450 sekund
6 MB/s		x sekund

Nyní šipky. Pravá šipka bude opět zdola nahoru, tady se nic nemění. Ale protože se jedná o nepřímou úměru, půjde levá šipka opačným směrem, shora dolů.

2 MB/s		450 sekund
↓ 6 MB/s		x sekund ↑

Další postup už je stejný – vytvoříme z této tabulky zlomky, opět po směru šipek. Dostaneme tak zlomky $\frac{26}{6}$ a $\frac{x450}{2}$, které dáme do rovnosti:

$$\frac{26}{6} = \frac{x450}{2}$$

$$\begin{aligned}
 & x = \sqrt{16} \cdot \cos \alpha = \left[\frac{16}{2} (e^{i\alpha} + e^{-i\alpha}) \right] \\
 & + 2i4z + tg6 + \cos 6 - \cos 668 + \\
 & (xy + 26) (ab + 52) + 22ix - 64 \\
 & + S_1 \cdot k^2 + 2836 + \sqrt{16} \cdot tg \cdot x \cdot \frac{1}{2} \\
 & \frac{120}{120} - \frac{12}{12} + (xy + 62) \cdot \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{12} \\
 & (669x + 124k) \cdot k \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{12} \\
 & \cos \alpha + tg 60 + \left(\frac{1}{12} \right) \frac{1}{12} \\
 & \frac{dx}{dx} = \frac{12}{12} \cdot \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{12} \\
 & \left(\frac{x}{x} \right) \left(\frac{42}{x} \right) \left(\frac{6}{x} \right) \frac{1}{12}
 \end{aligned}$$

<http://www.matematika.cz>

Průměr, medián a modus

- Průměrem se rozumí klasický aritmetický průměr souboru sledovaných hodnot.
- Medián vyjadřuje prostřední hodnotu souboru dat, srovnaných od nejmenšího do největšího.
- Modus je nejčastěji se vyskytující hodnota ve zkoumaném souboru dat.

Jméno	známka		
Arnošt	1	průměr	1,92307692
Bedřich	3	modus	1
Cyril	1	medián	2
David	2		
Dita	1		
Dittmar	3		
Eliška	2		
Franta	1		
Jirka G.	1		
Jirka H.	2		
Karel	3		
Varel	1		
Žaba	4		

Rozptyl a směrodatná odchylka

- Popisují variabilitu (homogenitu) základního datového souboru.

- Rozptyl:

$$s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

- Směrodatná odchylka: (odmocnina z rozptylu)

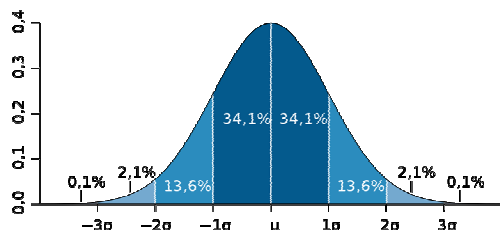
$$s_x = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \sqrt{s^2}$$

Jméno	Repetitorium	Fyzika		Repetitorium	Fyzika
Adalbert	1	4	rozptyl	0,674556213	1,786982
Bohouš	1	1	sm. odch.	0,821313712	1,336781
Cecilie	1	4			
Emerich	1	2			
Dita	1	3			
Jirka G.	1	1			
Eliška	1	4			
Kvido	1	1			
Ruprecht	1	4			
Šimon	1	1			
Valentýn	1	3			
Varel	2	1			
Žaba	4	4			

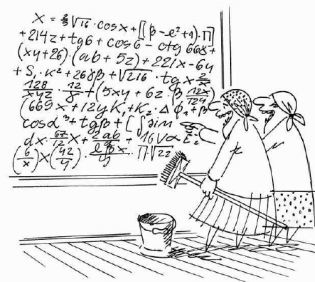
Průměrná známka z repetitoria: 1,92 ± 0,82
Průměrná známka z fyziky: 2,54 ± 1,34

U normálního rozložení hraje velkou roli směrodatná odchylka. Pokud máme rozložení, které je normální a má odchylku σ , pak musí platit, že 68 % hodnot se nachází v intervalu $[\mu - \sigma, \mu + \sigma]$. Tedy 68 % hodnot se liší od průměru maximálně o jednu směrodatnou odchylku. Přibližně 95 % hodnot pak musí ležet v intervalu $[\mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma]$ a 99,7 % hodnot v intervalu $[\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma]$.

Přehledně to znázorňuje následující obrázek:



Matematická vsuvka III. „funkce – první část“



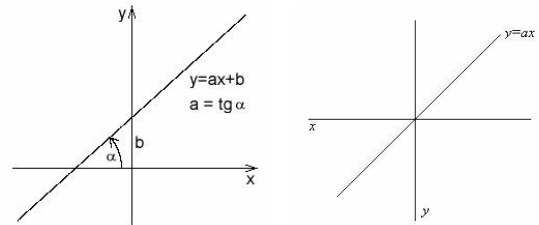
<http://www.matematika.cz>

Funkce jedné proměnné

- Funkce je předpis, který každému číslu x z definičního oboru M přiřadí právě jedno y z oboru hodnot N .
- Funkci obvykle zapisujeme ve tvaru $y = f(x)$
- Funkci lze znázornit graficky v x - y , popřípadě v x - y - z souřadnicích

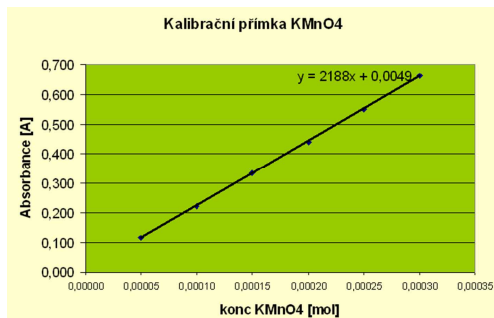
Lineární funkce

- Lineární funkce je každá funkce, která je dána předpisem $y = ax + b$, kde a a b jsou reálná čísla.



Příklad: Lambert-Beerův zákon

$A = \epsilon \cdot c \cdot l$ Absorbance jako funkce koncentrace

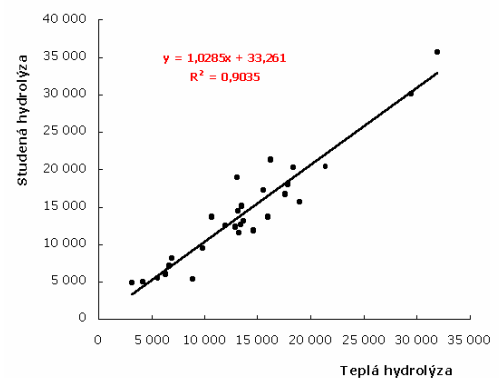
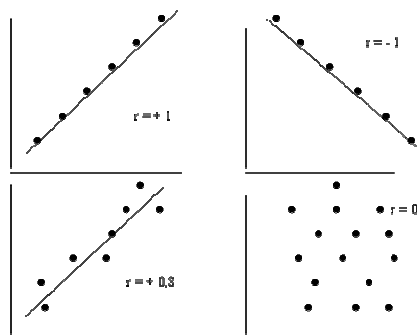


Lineární funkce

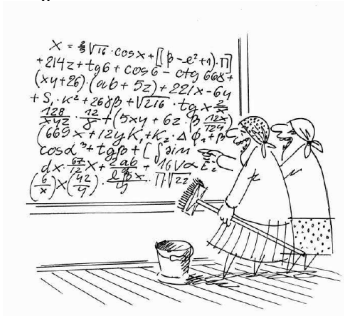
- Korelační koeficient dvojice dat: $-1,000 \dots 1,000$

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$$

Lineární funkce



Matematická vsuvka IV. „funkce – druhá část“



<http://www.matematika.cz>

Funkce jedné proměnné

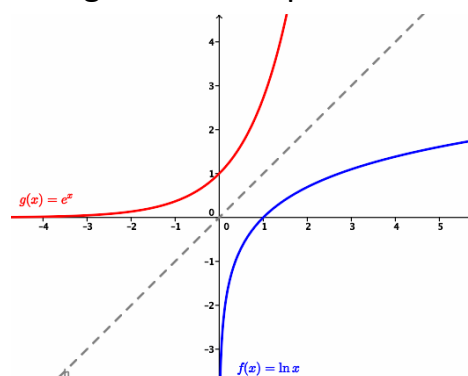
- Funkce je předpis, který každému číslu x z definičního oboru M přiřadí právě jedno y z oboru hodnot N .
- Funkci obvykle zapisujeme ve tvaru $y = f(x)$
- Funkci lze znázornit graficky v x - y , popřípadě v x - y - z souřadnicích

Logaritmy

- Logaritmus je exponent (y), na který musíme umocnit základ (a), abychom získali argument (x).
- Logaritmickou funkci zapisujeme slovem log (základ 10, Henry Briggs), pokud se jedná o přirozený logaritmus, tak jej značíme $\ln$ (základ e , John Napier).

$$y = \log_a x \Leftrightarrow a^y = x$$

Logaritmus a exponenciála



Použití v chemii

- Dekadické logaritmy – např. výpočet pH

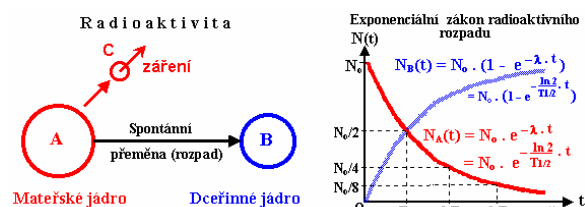
$$\text{pH} = -\log c [\text{H}^+]$$

(kde $c [\text{H}^+]$ je koncentrace vodíkových iontů)

- Přirozené logaritmy – např. výpočet radioaktivity

$$N = N_0 e^{-\lambda t} = N_0 2^{-\frac{t}{T}}$$

(kde T je poločas rozpadu)



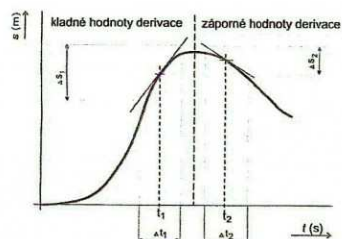
$$\ln \frac{N}{N_0} = -\frac{\ln 2}{T} \cdot t$$

Matematická vsuvka V. „funkce – třetí část“



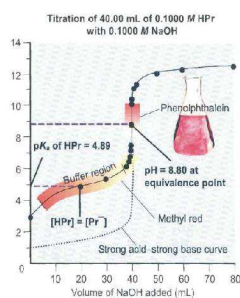
<http://www.matematika.cz>

Derivace a integrály



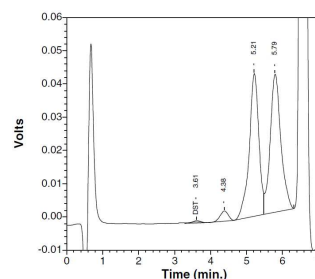
Určení lokálního maxima – první derivace je zde nulová
(tečna je rovnoběžná s osou x)

Derivace a integrály



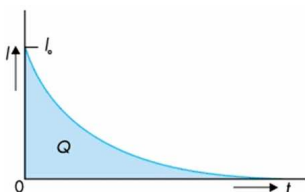
Určení inflexního bodu – hodnota první derivace je zde maximální

Derivace a integrály



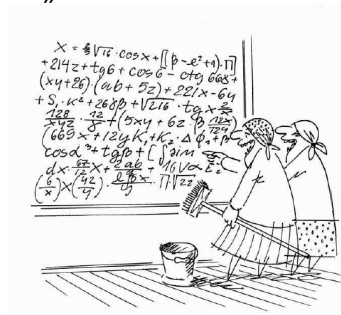
Určení plochy pod křivkou („plocha piku“ je úměrná koncentraci látky)

Derivace a integrály



Určení plochy pod křivkou (coulometrie: počet vyměněných elektronů při chemické reakci)

Matematická vsuvka III. „funkce – čtvrtá část“



<http://www.matematika.cz>

Vyšší dívčí: operátory

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{k}$$

$$\nabla = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix}$$

„nabla“ – první derivace funkce podle souřadnic

$$\Delta = \nabla^2$$

„nabla na druhou je lapla“

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

„lapla“ – druhá derivace funkce podle souřadnic

31/32

Matematické universum a zároveň krásno:

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

Eulerova rovnice

Leonhard Euler; 1748, *Introductio in analysin infinitorum*

(Úvod do analýzy nekonečna)

$$e = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} = \frac{1}{0!} + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + \dots = 2,7182818284\dots$$

$$e^x = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{x^j}{j!}$$